

1 関数 $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$ ($0 \leq x < 2\pi$) を考える。

$t = \sin x + \cos x$ とするとき、以下の問に答えなさい。

問1 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 、 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ の値を求めなさい。

問2 $\sin x \cos x$ を t を用いて表しなさい。

問3 関数 $f(x)$ を t を用いて表しなさい。

問4 t の値の範囲を求めなさい。

問5 関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めなさい。

B (4-2)

2

$f(x) = x^3 - 9x$ 、 $g(x) = x^2 - 7x$ とし、関数 $y = f(x)$ のグラフを C_1 、

関数 $y = g(x)$ のグラフを C_2 とする。 C_1 と C_2 の原点 O 以外の交点のうち、 x 座標が正の点を A 、 x 座標が負の点を B とする。また、 C_1 と C_2 で囲まれた 2 つの部分からなる図形を D とする。このとき、以下の問に答えなさい。

問1 点 A 、 B の座標を求めなさい。

問2 点 B における曲線 C_1 の接線 L の方程式を求めなさい。

問3 D の内部 (境界上の点を含まない) にある点の中で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点を 1 つ求め、その座標を答えなさい。

問4 D の面積を求めなさい。

3 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ を考える。

数列 $\{a_n\}$ は $a_1 = 0$ 、 $a_{n+1} = a_n + 2n + 2$ (n は自然数) を満たす。

数列 $\{b_n\}$ は、初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 3b_n + n$ (n は自然数) を満たす。

このとき、以下の問に答えなさい。

問1 a_2 、 a_3 の値を求めなさい。

問2 a_n を n の式で表しなさい。

問3 b_1 の値を求めなさい。

問4 S_{n+1} と S_n を考えることにより、 b_{n+1} を b_n と n を用いて表しなさい。
ただし、この問では、どのように考えたかを、解答用紙の(どのように考えたかの簡単な説明)の欄に記述しなさい。

問5 b_n を n の式で表しなさい。

B (4 - 4)

4 1から7までの数字が1つずつ書かれた7枚の赤色のカード、2から8までの数字が1つずつ書かれた7枚の白色のカードの計14枚のカードが箱の中に入っている。箱からカードを同時に3枚取り出し、赤色と白色に分けてそれぞれの色のカードに書かれている数字の合計を求め、赤色のカードの数字の合計を x 、白色のカードの数字の合計を y とする。ただし、赤色のカードが取り出されていないときは $x = 0$ 、白色のカードが取り出されていないときは $y = 0$ とする。このとき、以下の問に答えなさい。

問1 $x = 0$ となる確率を求めなさい。

問2 $x = 3$ かつ $y = 3$ となる確率を求めなさい。

問3 $x = 7$ かつ $y = 7$ となる確率を求めなさい。

問4 $x = y$ となる確率を求めなさい。